EXERCICE N°4 :	40'	6 points	

1°) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=1-x+x\ln x$.

a) Etudier les variations de g.

b) En déduire que pour tout $x\in]0,+\infty[$, $1+x\ln x\geq x$

2°) Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{1+x\ln x} & \text{si } x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Montrer que f est continue à droite en 0.

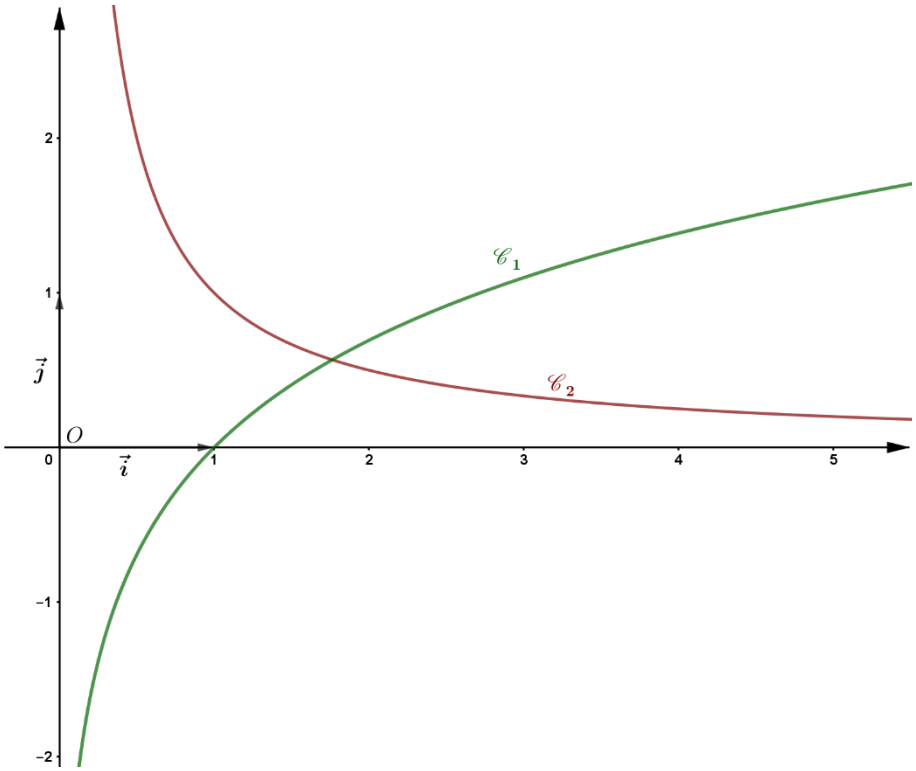
b) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-1}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement.

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement.

3°) a) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=-\dfrac{1+\ln x}{(1+x\ln x)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

4°) Dans la figure ci-dessous, on a tracé dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ des fonctions définies sur $]0,+\infty[$ respectivement par $x\mapsto\ln x$ et $x\mapsto\dfrac{1}{x}$.



a) Construire le point A de $\mathscr{C}_1$ d'abscisse $\dfrac{1}{e}$ et le point B de $\mathscr{C}_2$ d'abscisse $1-\dfrac{1}{e}$.

En déduire une construction du point C de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $\dfrac{1}{e}$.

Tél : +216 29 862 229 / +216 29 862 464 - Email : contact@takiacademy.com